Concours d'accès en première année
Programme Grande Ecole
Session de Septembre 2016 (20/09/2016)
Epreuve de Mathématiques Générales
Durée : 2 heures

Exercice 1 (2 points)

Résoudre le système linéaire suivant : $\begin{cases} 3x+5y=21 \\ x+y=5 \end{cases}$

En déduire la solution du système : $\begin{cases} 3\ln(x)+5\ln(y)=21 \\ \ln(x)+\ln(y)=5 \end{cases}$

Exercice 2 (4 points)

On considère le polynôme P, de variable réelle x et de paramètre m défini par :

$$P(x)=x^3-2x^2+mx+6$$

1. Déterminer m pour que 1 soit une racine du polynôme P.
2. Factoriser P sous la forme $(x-1)Q(x)$ où Q(x) est un polynôme de degré 2 à déterminer.
3. Donner le tableau de signes de P.
4. Résoudre $P(x)<0$.

Exercice 3 (3 points)

Le 01/01/2016, un site web e-commerce compte 10.000 abonnés. Chaque mois, 1000 abonnements se terminent. Sur ces 1000 abonnements, 750 sont renouvelés. De plus, chaque mois, 320 nouveaux abonnements sont souscrits.

On note u_1 le nombre d'abonnés au 01/01/2016 ; u_2 le nombre d'abonnés au 01/02/2016 et ainsi de suite de mois en mois.

1. Donner les valeurs de u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4
2. Calculer u_n-u_{n-1} pour $n\geq 1$.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

Problème (6 points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x - \sqrt{4 - x^2}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe
3) Etudier la dérivabilité de f en -2 et en 2 ; et interpréter géométriquement chaque résultat
4) Déterminer le tableau de variation de f
5) Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Que peut-on conclure ?
6) Tracer la courbe $\left(C_f\right)$ dans un repère orthonormé.

<u>Questionnaire</u> (5 points) **Numéro d'examen : ……**

Ce questionnaire comprend 10 questions à choix multiples (1/2 points par question) ayant chacune 4 propositions de réponse dont une seule est juste. <u>Entourez la bonne réponse, mettez votre numéro d'examen en haut de cette feuille et joignez celle-ci à votre copie d'examen</u>.

1. L'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ admet les solutions :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
(1 ; 2)	(2 ; 3)	(-1 ; -2)	(0 ; 3)

2. L'inéquation $(x+3)(x-2) \succ 0$ admet les solutions :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$]-3;2]$	$[-3;2[$	$[-3;2]$	$]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[$

3. Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{(x-1)(3x+2)}{x^2+1}$. La limite de $f(x)$ en $+\infty$ est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
1	2	**3**	$+\infty$

4. Soit la fonction définie par $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Déterminer dans quelle partie du domaine de définition la fonction est décroissante.

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$]-\infty,-1]$	$[-1,1]$	$[1,+\infty[$	$]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

5. La limite de $f(x) = (x^2 + x + 1)e^{-x} - 1$ quand $x \to +\infty$ vaut :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$-\infty$	-1	0	$+\infty$

6. On considère la suite arithmétique $(u_n)_{n\in IN}$ tels que $u_1 = 4$; $u_5 = 16$. La raison r de cette suite est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
-3	2	3	5

7. On considère la suite géométrique $(v_n)_{n\in IN}$ de premier terme $v_0 = 3$ et de raison q = 2. Le terme v_3 de cette suite est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
24	48	64	128

8. Une fonction f admet un minimum en 5. Que peut-on dire de $f'(5)$?

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$f'(5) = 0$	$f'(5) \neq 0$	$f'(5) \geq 0$	$f'(5) \to -\infty$

9. Si $f(x) = e^x - e^{-x}$ alors $f'(x)$ vaut :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$e^x - e^{-x}$	$e^x + e^{-x}$	0	$2e^x$

10. L'intégrale $\int_{-1}^{1} x^2 dx$ vaut :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
2/3	-1/3	0	1