

**Concours d'accès en première année  
Programme Grande Ecole  
Session de Juillet 2016 (26/07/2016)  
Epreuve de Mathématiques Générales  
Durée : 2 heures**

**Exercice 1 (2 points)**

On considère le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + k$

1. Déterminer la valeur du réel  $k$  pour que  $x=4$  soit une racine de  $P(x)$
2. Pour la valeur de  $k$  obtenue, résoudre l'inéquation  $P(x) < 0$

**Exercice 2 (2 points)**

Dans un parc zoologique, la visite coûte 30 dh pour les adultes et 18 dh pour les enfants. A la fin de la journée, on sait que 630 personnes ont visité le zoo et que la recette de toute la journée est 14220 dh.

Parmi les personnes qui ont visité le zoo, ce jour là, quel est le nombre d'enfants ? Quel est le nombre d'adultes ?

**Exercice 3 (4 points)**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = (n+1)^2 - n^2$

1. Calculer  $u_0$  ;  $u_1$  ;  $u_2$
2. Justifier que  $(u_n)$  est une suite arithmétique dont vous préciserez la raison.
3. Déterminer  $u_{40}$
4. Calculer la somme  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{40}$

## Problème (7 points)

### Partie A

Soit la fonction  $g$  de variable réelle  $x$  définie pour tout  $x > 0$  par :  $g(x) = -x^2 - 4 + 4 \ln(x)$

1. Dresser le tableau de variation de  $g$ .
2. En déduire le signe de  $g$ .

N.B. :

- On ne demande ni les limites aux bornes ni de tracer la courbe
- $\ln(2) = 0,69$

### Partie B

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -x + 2 - 4 \frac{\ln(x)}{x}$  pour tout  $x > 0$ . Soit  $C_f$  sa courbe représentative.

1. Calculer  $f'(x)$
2. Exprimer  $f'(x)$  en fonction de  $g(x)$
3. Calculer les limites de  $f(x)$  en 0 et en  $+\infty$
4. Dresser le tableau de variation de  $f(x)$
5. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution appartenant à l'intervalle  $[1, 2]$
6. Soit  $D$  la droite d'équation  $y = -x + 2$ . Montrer que  $D$  est asymptote à la courbe  $C_f$
7. Etudier la position relative de  $C_f$  par rapport à  $D$ . Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
8. Tracer dans un même repère orthonormé la courbe  $C_f$  et la droite  $D$ .

**Questionnaire (5 points)**

Numéro d'examen : .....

***Ce questionnaire comprend 10 questions à choix multiples (1/2 points par question) ayant chacune 4 propositions de réponse dont une seule est juste. Entourez la bonne réponse, mettez votre numéro d'examen en haut de cette feuille et joignez celle-ci à votre copie d'examen.***

1. Soit l'équation  $4x+2=0$ . Sa solution est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
0	1	-1/2	4

2. L'ensemble de solutions de  $\frac{x^2-4}{x-2}=0$  est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
1	IR	$\phi$	-2

3. Le domaine de définition de  $f(x)=\sqrt{(\ln x)^2-1}$  est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
IR	$]0, +\infty[$	$]e, +\infty[$	$]\frac{1}{e}, +\infty[$

4. Soit  $f(x)=xe^{-x^2}$  déterminer en quel point la fonction  $f$  admet un maximum :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$x_0 = \sqrt{2}$	$x_0 = 2$	$x_0 = 1/2$

5. Soit  $f(x)=x^3-3x+1$ , déterminer dans quel domaine la fonction  $f$  est décroissante :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$[-1, 1]$	$]-\infty, -1]$	$[1, +\infty[$	$]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

6. L'inéquation  $(x-1)(5-x) < 0$  a pour solution :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$]-\infty, 1] \cup [5, +\infty[$	$]-\infty, 1[ \cup ]5, +\infty[$	5	1

7. La limite en  $+\infty$  de la fonction  $f(x)=\frac{\sqrt{2+x^2}}{x}$  est égale à :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	2

8. La limite en  $-\infty$  de la fonction  $f(x)=xe^x$  est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$-\infty$	0	$+\infty$	1

9. La primitive de la fonction  $f(x)=\ln(x)$  pour tout  $x > 0$  est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$1/x$	$\ln(x)-1$	$x\ln(x)-x$	$x\ln(x)+x$

10. Soit  $f(x)=\frac{5x+3}{x^2-4}$  définie sur  $\mathbb{R}-\{-2; 2\}$ . Sur quel intervalle est-elle croissante ?

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
N'est jamais croissante	$[0, +\infty[$	$]-\infty, 0]$	Toujours croissante