# Concours d'accès en première année
# Programme Grande Ecole
# Session de Juin 2016 (28/06/2016)
# Epreuve de Mathématiques Générales
# Durée : 2 heures

## Exercice 1 (2 points)

Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^3 - 3x - 2$

1. Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout réel x, $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$
2. Résoudre dans IR l'équation $P(x) = 0$

## Exercice 2 (2 points)

Trois entreprises achètent des ordinateurs portables et fixes. Les ordinateurs portables sont tous au même prix, les ordinateurs fixes aussi.
La première entreprise achète 3 ordinateurs portables et 2 fixes. La deuxième achète 2 portables et 4 fixes. La troisième achète 2 portables et 1 fixe.

La première a dépensé 30.000 Dhs et la deuxième a dépensé 32.000 Dhs.
Combien a dépensé la troisième entreprise ?

## Exercice 3 (4 points)

Une personne loue une maison à partir de janvier 2011. Elle a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel de la première année est de 48.000 Dhs et le locataire s'engage à occuper la maison pendant 9 années complètes.

N.B. : Dans les questions suivantes, les valeurs décimales seront arrondies si nécessaire.

**Contrat 1** : Le locataire accepte une augmentation annuelle du loyer de 5%.

1. Calculer le loyer $u_2$ payé lors de la 2ème année.
2. Exprimer $u_n$ (loyer de la nième année) en fonction de n.
3. Calculer $u_8$ (loyer de la 8ème année).
4. Calculer la somme payée à l'issue des 9 années de contrat.

**Contrat 2** : Le locataire accepte une augmentation annuelle forfaitaire du loyer de 3.000 Dhs.

1. Calculer le loyer $v_2$ payé lors de la 2ème année.
2. Exprimer $v_n$ (loyer de la nième année) en fonction de n.
3. Calculer la somme payée à l'issue des 9 années de contrat.

Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?

**Problème (7 points)**

On considère la fonction $f$ de variable réelle x définie sur IR par : $f(x)=\frac{-x^3+5x}{x^2+3}$ et $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

1. Soient les réels a et b tels que pour tout réel x nous avons $f(x)=ax+\frac{bx}{x^2+3}$
   a) Déterminer les réels a et b.
   b) Montrer que f est impaire. Que peut-on en déduire pour la courbe $C_f$ ?
2. Soit $f'$ la dérivée de $f$
   a) Montrer que $f'(x)=\frac{(1-x^2)(x^2+15)}{(x^2+3)^2}$.
   b) Etudier les variations de $f$.
3. Préciser une équation de la tangente T à la courbe $C_f$ à l'origine.
4. Soit D la droite d'équation $y=-x$.
   a) Etudier la position de $C_f$ par rapport à la droite D.
   b) Montrer que, pour tout x non nul $f(x)+x=\frac{8}{x(1+\frac{3}{x^2})}$.

      En déduire la limite de $f(x)+x$ quand $x\to\infty$. Que peut-on en conclure pour la courbe $C_f$ ?
5. Tracer sur un même graphique D, T et $C_f$. (On précisera le point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses).

**<u>Questionnaire</u> (5 points)** **Numéro d'examen : ……….**

***Ce questionnaire comprend 10 questions à choix multiples (1/2 points par question) ayant chacune 4 propositions de réponse dont une seule est juste. <u>Entourez la bonne réponse, mettez votre numéro d'examen en haut de cette feuille et joignez celle-ci à votre copie d'examen</u>.***

1. Soit l'équation $4x-2=0$. Sa solution est :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| **0** | **1** | **2** | **4** |

2. L'ensemble de solutions de $\frac{x^2-2x+1}{x-1}=0$ est :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| 1 | IR | $\phi$ | 2 |

3. Soit la fonction $f(x)=\ln(\frac{x-1}{x+5})$, son domaine de définition est :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| IR | $]-\infty,-5[\cup]1,+\infty[$ | $]-\infty,-5]\cup]1,+\infty[$ | $\phi$ |

4. Soit $f(x)=x^3-3x+1$, déterminer dans quel domaine la fonction $f$ est décroissante.

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| $[-1,1]$ | $]-\infty,-1]$ | $[1,+\infty[$ | $]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$ |

5. Soient les deux droites D et D' d'équations respectives $2x+4y=80$ et $3x+5y=110$. Les coordonnées de leur point d'intersection sont :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| (10,20) | (20,5) | (5,10) | (20,10) |

6. Soit la fonction $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$. Après transformation $f(x)$ est égale à :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| $1/\sqrt{x-1}$ | $1/\sqrt{x+1}$ | $2/(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})$ | $1/(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})$ |

7. La dérivée de la fonction $f$ définie par $f(x)=\sqrt{x^2-x-3}$ est égale à :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| $f'(x)=2x-1$ | $f'(x)=\sqrt{2x-1}$ | $f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x-3}}$ | $f'(x)=\frac{2\sqrt{x^2-x-3}}{2x-1}$ |

8. La dérivée de la fonction $f$ définie par $f(x)=5x^3+5x+2$ est égale à :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| $f'(x)=15x+5$ | $f'(x)=15x^2+5$ | $f'(x)=5x^2+5$ | $f'(x)=15x^2+2$ |

9. La fonction $f$ définie par $f(x)=1/(2-x)$ a pour primitive sur $]2,+\infty[$ :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| $\ln(2-x)+K$ | $-\ln(2-x)+K$ | $-\ln(2x)+K$ | $-\ln(x-2)+K$ |

10. Soit la fonction $f$ définie par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-x$, sa limite quand $x\to+\infty$ est :

| Réponse a | Réponse b | Réponse c | Réponse d |
|---|---|---|---|
| 1/2 | 1 | $+\infty$ | $-\infty$ |